



Uzdevumu atbilžu iesniegšanas un vērtēšanas **pamatprincipi**:

- Maksimālais punktu skaits par katru uzdevumu – 100 punkti
- Minimālais punktu skaits par katru uzdevumu – 0 punktu
- Katra pareiza atbilde punktu skaitu palielina, bet nepareiza – samazina.
Samazinājums ir $\frac{1}{7}$ no punktu skaita par pareizu atbildi.
- Neiesniegta atbilde vērtējumu nemaina.
- Vairāku derīgu atbilžu gadījumā, ja uzdevumā nav skaidri norādīts, ka pietiek iesniegt tikai vienu no tām, jāiesniedz visas atbildes.
- Visos neskaidros gadījumos komandas kapteinim jākonsultējas ar žūriju.

Apvilktais N-stūris

Ir vēlme ap riņķa līniju apvilkt N-stūri, kura malu garumi centimetros būtu pirmie N pirmskaitļi.

Atrodiet atbildes uz šādiem jautājumiem:

a) Kādai mazākajai N vērtībai (apzīmēsim to ar N_{maz}) tas ir iespējams?

b) Atrodiet vienu N_{maz} malu garumu secību, kurai riņķa līnijas rādiuss ir visgarākais! Kāds ir rādiusa garums?

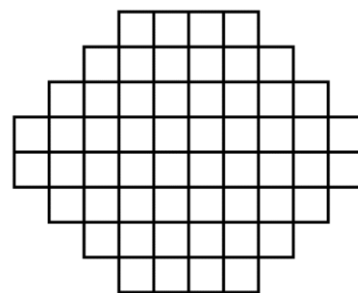
c) Atrodiet vienu N_{maz} malu garumu secību, kurai riņķa līnijas rādiuss ir visīsākais! Kāds ir rādiusa garums?

Rādiusu garumu izsakiet kā reālu skaitli ar sešām zīmēm aiz decimālā komata!

Vērtēšana: Pareiza atbilde apakšuzdevumā a) – 24 punkti, apakšuzdevumos b) un c) – 17 (derīga malu garumu secība) + 21 (rādiusa garums).

Domino

Ja attēlā dotā 56 rūtiņu laukuma katrā rūtiņā ierakstīts kāds cipars no 0 līdz 6, tad dažkārt šo laukumu iespējams noklāt ar viena domino komplekta 28 kauliņiem (uzskatot, ka viena domino kauliņa izmērs ir 1×2 laukuma rūtiņas) tā, ka :



1) katrs domino kauliņš noklāj tieši divas laukuma rūtiņas;

2) visas laukuma rūtiņas ir noklātas;

3) katrā laukuma rūtiņā ierakstītais skaitlis sakrīt ar šo rūtiņu noklājošajā domino kauliņa pusē ierakstīto punktu skaitu.

Atrodiet vienu tādu laukuma rūtiņu aizpildījumu ar cipariem 0 līdz 6, lai to būtu iespējams noklāt ar vienu domino komplektu (atbilstoši iepriekšējā uzdevuma prasībām):

a) **vienā vienīgā** veidā, b) tieši **trīs** veidos, c) **pēc iespējas vairāk** veidos.

Vērtēšana: a) 11 punkti, b) 19 punkti, c) $70 \times \frac{\text{variantu skaits jūsu atrisinājumā}}{\text{lielākais zināmais variantu skaits}}$

Pirmskaitļu izteikšana

Jebkuru pirmskaitli iespējams izteikt kā aritmētiskas izteiksmes, kurā izmantoti tikai viencipara skaitļi, saskaitīšanas, atņemšanas un reizināšanas zīmes, vērtību. Citi simboli, tostarp iekavas, šajās izteiksmēs nav atļauti. Piemēram, pirmskaitli 37 iespējams izteikt pat vairākos veidos: $5 \times 5 + 3 \times 4$, $7 \times 7 - 2 \times 6$, $9 + 9 + 9 + 9 + 1$, un vēl daudzos citos. Šajā uzdevumā interesēsieties par pēc iespējas īsāku izteiksmi. Skaitļa 37 gadījumā īsākās izteiksmes garums ir 5. Šādas izteiksmes ir $6 \times 6 + 1$, $5 \times 8 - 3$ un vēl vairākas citas.

Atrodiet vienu, pēc iespējas īsāku, izteiksmi, kas izsaka skaitli a) 62748493, b) 1073741827, c) 5678910111227, d) 232630513987231, e) 4177248169415681

Vērtēšana: Katram apakšuzdevumam punktu skaits tiek aprēķināts pēc formulas:

$$20 \times \left(\frac{\text{Īsākās Zināmās Virknes Garums}}{\text{Jūsu Atrastās Virknes Garums}} \right)^2.$$

Šaha torņu izvietojums

Uz $N \times N$ šaha galdiņa novietotu N šaha torņu izvietošanu uzskatīsim par *derīgu*, ja torņi viens otru neapdraud. Viens tornis apdraud otru, ja tie abi atrodas vienā rindā vai vienā kolonnā. Katram galdiņa lauciņam ir piešķirta kāda vērtība – naturāls skaitlis, turklāt kreisā augšējā stūra lauciņam piešķirta vērtība 1.

Nepieciešams piešķirt naturālus skaitļus katram no pārējiem N^2-1 lauciņiem tā, lai:

- 1) Katram derīgam N torņu izvietojumam šaha torņu aizņemto lauciņu vērtību summa būtu vienāda (apzīmēsim to ar S_N).
- 2) Ja N torņu aizņemto lauciņu vērtību summa ir S_N , tad torņu izvietojums ir derīgs.
- 3) S_N vērtība ir pēc iespējas mazāka.

Piemēram, gadījumam N=4 aizpildījums

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

neder, jo summu 34, kas atbilst katram derīgām četru torņu izvietojumam, var iegūt arī izvēloties rūtinas 1, 4, 14, 15, kas neatbilst derīgām torņu izvietojumam.

Atrisināt uzdevumu, ja a) $N=3$, b) $N=4$, c) $N=6$. Katrā apakšuzdevumā pietiek atrast vienu atrisinājumu.

Vērtēšana: Katrā apakšuzdevumā piešķirto punktu skaits tiek aprēķināts pēc formulas

$$P_{maks} \times \frac{mazākā_zināmā_S_N_vērtība}{S_N_vērtība_jūsu_risinājumā}, \text{ kur } P_{maks} \text{ ir a) 13, b) 29, c) 58.}$$

KSIM

[illegible]

Uzdevuma teksts pieejams arī elektroniskā formā datnē KSIM.txt.



SUDOKU un PENTAMINO

Atrisiniet doto SUDOKU mīklu un atrisinātās mīklas laukumā izvietojiet pēc iespējas vairāk viena pentamino komplekta figūras tā, ka

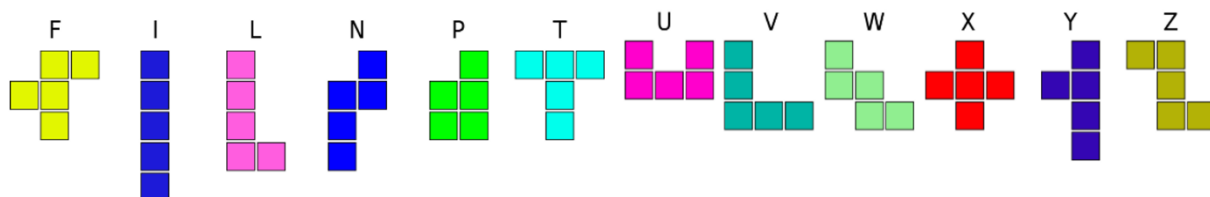
- katra figūra noklāj tieši piecas laukuma rūtiņas,
- figūras savstarpēji nepārklājas,
- katras figūras noklātajās laukuma rūtiņās ierakstītie cipari ir savstarpēji atšķirīgi,
- visām laukumā izvietotajām figūrām piecās noklātajās rūtiņās ierakstīto skaitļu summa ir vienāda.

Pietiek atrast vienu figūru izvietojumu.

Vērtēšana:

- Pareizi atrisināta SUDOKU mīkla – 9 punkti,
- (tikai tad, ja iegūti punkti a)) Par katru laukumā izvietoto pentamino figūru, ja nav vienādu figūru, visām figūrām noklātajās rūtiņās ierakstīto skaitļu summas sakrīt un nevienā figūrā nav divu rūtiņu ar vienādiem cipariem – 7 punkti,
- (tikai tad, ja iegūti punkti b)) Ja laukumā izvietotas visas 12 pentamino figūras un laukumā nav iespējams izvietot vēl vienu pentamino figūru – 7 punkti.

Piezīme: Pavisam ir 12 atšķirīgas *pentamino* figūras, katru no tām veido piecas saistītas kvadrātveida rūtiņas. Katra figūra var tikt pagriezta vai apvērsta otrādi, un tās apzīmētas ar burtiem tā, kā parādīts zīmējumā:



Sulas izspiešana no datora

Viencipara skaitļu virkni $\{a_n\}$ definē šādi: $a_1=4$, $a_2=9$, $a_3=3$. Nākamās virknes locekļus iegūst, katram $i(i \geq 1)$ pēc kārtas sareizinot a_i ar a_{i+1} un reizinājumu kā atsevišķus viencipara skaitļus pierakstot līdz šim izveidotās virknes galā kā jaunos virknes locekļus:

- Sareizina a_1 un a_2 : $4 \times 9 = 36$, ko sadala divos viencipara skaitļos un iegūst $a_4=3$ un $a_5=6$,
- Sareizina a_2 un a_3 : $9 \times 3 = 27$, ko sadala divos viencipara skaitļos un iegūst $a_6=2$ un $a_7=7$,
- Sareizina a_3 un a_4 : $3 \times 3 = 9$, iegūst $a_8=9$,
- Sareizina a_4 un a_5 : $3 \times 6 = 18$, ko sadala divos viencipara skaitļos un iegūst $a_9=1$ un $a_{10}=8$,
- utt.

Tādējādi virknes sākuma fragments izskatās šādi:

4, 9, 3, 3, 6, 2, 7, 9, 1, 8, 1, 2, 1, 4, 6, 3, 9, 8, 8, 2, 2, 4, 2, 4, 1, 8, 2, 7, 7, 2, 6, 4, 1, 6, 4, 8, 8, 8.

Nosakiet, kādi ir virknes locekļi a_{n-2} , a_{n-1} , a_n , a_{n+1} un a_{n+2} , ja n ir a) 10^6 , b) 10^7 , c) 10^8 , d) 10^9 , e) 10^{10} , f) 10^{11} !

Vērtēšana: Par pareizu atbildi apakšuzdevumā a) tiks piešķirti 5 punkti; b) – 10 punkti; c) – 13 punkti; d) – 18 punkti; e) – 24 punkti; f) – 30 punkti.



Pazudušais Pēteris

Matīss skatās uz laukumu, kuru veido $N \times N$ lauciņi, un meklē tajā savu draugu Pēteri.

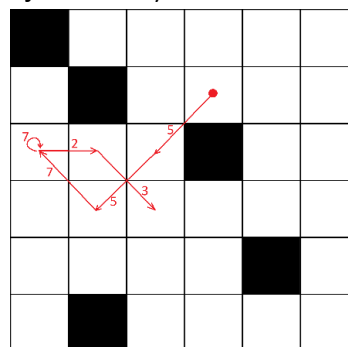
Laukumā ir divu tipu lauciņi:

- Balti lauciņi, kas nozīmē, ka tos aizsedz mākoņi un Matīss tos neredz,
- Melni lauciņi, kas Matīsam ir redzami.

Pēteris atrodas vienā no aizsegtajiem baltajiem lauciņiem. Matīss var Pēterim nosūtīt komandu virkni, lai Pēteris pārvietotos pa laukumu noteiktā veidā.

Katra komanda atbilst pārejai uz vienu no astoņiem blakusesošajiem lauciņiem:

Komanda	Virziens
0	Uz augšu
1	Uz augšu un pa labi
2	Pa labi
3	Uz leju un pa labi
4	Uz leju
5	Uz leju un pa kreisi
6	Pa kreisi
7	Uz augšu un pa kreisi



Komandu virknes izpildes piemērs

Ja Pēterim kādā brīdī komanda liek iziet ārpus laukuma, tad viņš šo komandu ignorē. Tiklīdz Pēteris ierodas kādā melnajā lauciņā, Matīss viņu pamana un staigāšana beidzas.

Matīss grib atrast pēc iespējas īsāku komandu virkni, lai:

1. Pēteris, sākot no nezināma baltā lauciņa, sekojot komandām, kādā brīdī nonāktu uz melna lauciņa un tiktu pamanīts,
2. Šī virkne darbotos neatkarīgi no Pētera sākotnējās pozīcijas – jebkuram dotā laukuma baltajam lauciņam.

Piemērā parādīts viens iespējams ceļš, izpildot komandu virkni 557723 pirmajam dotajam laukumam no tā otrās rindas ceturtais kolonas lauciņa. Tā kā, izpildot šo virkni, Pēteris nenonāk uz melna lauciņa, šī virkne *nederēs* kā Matīsa komandu virkne.

Atrodiet vienu, pēc iespējas īsāku, komandu virkni katram no dotajiem pieciem laukumiem:

Nr.	1	2	3	4	5
N	6	10	300	300	300
Attēls					
Datne	input1.png	input2.png	input3.png	input4.png	input5.png

Vērtēšana: Attēlam nr. i punktu skaits tiek aprēķināts pēc formulas:

$$P_i \times \left(\frac{\text{ĪsākāsZināmāsVirknesGarums}}{\text{JūsuAtrastāsVirknesGarums}} \right)^2, \text{ kur } P = \{9, 13, 26, 26, 26\}$$

Ja jūsu atrastā komandu virkne der ne visiem konkrētā attēla baltajiem lauciņiem vai tās garums pārsniedz 2000, tiek uzskatīts, ka atbilde attiecīgajā apakšuzdevumā ir nepareiza.

Attēli ir doti elektroniskā formā kā piecas .png datnes ar baltiem un melniem pikseļiem.



Polinomi

Dots $N \times N$ ($N \leq 32$) liels rūtiņu laukums, kurā dažas rūtiņas ir melnas, bet pārējās rūtiņas ir baltas. Rūtiņu koordinātas gan x , gan y virzienā ir no 1 līdz N . Laukuma kreisā apakšējā stūra rūtiņas koordinātas ir (1,1). Rūtiņas var iekrāsot izmantojot polinomus $P_1(x, y), \dots, P_k(x, y)$. Ja baltai rūtiņai (x, y) eksistē tāds m , ka $P_m(x, y) = 0$, tad tā tiek iekrāsota sarkanā krāsā.

Jūsu uzdevums ir katram no dotajiem pieciem laukumiem uzkonstruēt pēc iespējas mazāku skaitu tādu polinomu $P_1(x, y), P_2(x, y) \dots P_k(x, y)$, ka, pēc visu sarkano rūtiņu iekrāsošanas, no katras melnās rūtiņas var aiziet uz jebkuru citu melno rūtiņu, pārvietojoties tikai pa sarkanām vai melnām rūtiņām. Starp divām rūtiņām var pārvietoties tikai tad, ja tām ir kopīga mala. Katrs polinoms drīkst saturēt saskaitāmos tikai formā $\frac{p}{q}x^i y^j$, kur $-12 \leq i, j \leq 12, -10^6 \leq p \leq 10^6, 0 < q \leq 10^6$.

Atrodiet vienu polinomu komplektu katram no dotajiem pieciem laukumiem:

Nr.	1	2	3	4	5
N	7	10	16	32	32
Melno rūtiņu skaits	5	16	36	35	261
Attēls					
Datne	polin1.png	polin2.png	polin3.png	polin4.png	polin5.png

Vērtēšana. Katram no dotajiem laukumiem piešķirto punktu skaits tiek aprēķināts pēc formulas $20 \times \frac{\text{mazākais_zināmais_sarkano_rūtiņu+izmantoto_polinomu_skaits}}{\text{sarkano_rūtiņu+izmantoto_polinomu_skaits_jūsu_risinājumā}}$.

Attēli ir doti elektroniskā formā kā piecas .png datnes ar baltiem un melniem pikseļiem.

Tilpums

Šajā uzdevumā jums iespējami precīzi būs jānosaka cieta fiziska ķermeņa tilpums veselos kubikmilimetros.

Ķermeni varēs aplūkot un mērīt tikai ierobežotu laiku iepriekšnoteiktā vietā, un mērījumiem būs dots visai ierobežots rīku komplekts.

Vērtēšana: Ar T_z ir apzīmēts žūrijas, bet ar T – jūsu iegūtais ķermeņa tilpums kubikmilimetros.

$\Delta_T = |T - T_z|$. Ja $\Delta_T \leq 1000$, tiks piešķirti 100 punkti. Ja $\Delta_T > 5000$, tiks piešķirti 0 punkti. Citām

Δ_T vērtībām punktu skaits tiks aprēķināts pēc formulas $100 \times (0.36 + (1 - \frac{\Delta_T}{5000})^2)$.