



Uzdevumu atbilžu iesniegšanas un vērtēšanas **pamatprincipi**:

- Maksimālais punktu skaits par katru uzdevumu – 100 punkti
- Minimālais punktu skaits par katru uzdevumu – 0 punktu
- Katra pareiza atbilde punktu skaitu palielina, bet nepareiza – samazina.
Samazinājums ir $\frac{1}{7}$ no punktu skaita par pareizu atbildi.
- Neiesniegta atbilde vērtējumu nemaina.
- Vairāku derīgu atbilžu gadījumā, ja uzdevumā nav skaidri norādīts, ka pietiek iesniegt tikai vienu no tām, jāiesniedz visas atbildes.
- Visos neskaidros gadījumos komandas kapteinim jākonsultējas ar žūriju.

Akmentiņu spēle

Akmentiņu spēle notiek uz rūtiņu lentas, kurā ir $N+1$ rūtiņa (N - naturāls skaitlis). Rūtiņas ir sanumurētas ar skaitļiem no 0 līdz N , sākot no labās puses pēc kārtas. Katrā no laukuma rūtiņām var atrasties patvaļīgs skaits akmentiņu, tostarp tā var būt tukša. Spēles laukuma piemērs, ja $N=5$, ir parādīts zīmējumā:

5	0	3	1	0	0
5	4	3	2	1	0

Ja akmentiņu skaits kādā no rūtiņām sakrīt ar rūtiņas numuru, tad no šīs rūtiņas drīkst izdarīt gājienu: *Paņemt no šīs rūtiņas visus akmentiņus un visās rūtiņās, kas atrodas no tās pa labi (kuru numuri ir mazāki), ielikt pa vienam akmentiņam.*

Gājienu atkārto tik ilgi, kamēr vairs nevienam gājienam izdarīt nevar.

Piemēram, iepriekšējā zīmējumā parādītajā situācijā gājienam var izdarīt tikai no rūtiņām ar numuriem 3 vai 5. Pieņemsim, ka gājienam tiek izdarīts no rūtiņas ar numuru 3:

5	0	0	2	1	1
5	4	3	2	1	0

Tagad gājienam var izdarīt no rūtiņām ar numuriem 1, 2 vai 5. Pieņemsim, ka nākamie gājieni tiek izdarīti šādi:

No rūtiņas ar numuru 1:	5	0	0	2	0	2
	5	4	3	2	1	0
No rūtiņas ar numuru 2:	5	0	0	0	1	3
	5	4	3	2	1	0
No rūtiņas ar numuru 1:	5	0	0	0	0	4
	5	4	3	2	1	0
No rūtiņas ar numuru 5:	0	1	1	1	1	5
	5	4	3	2	1	0
No rūtiņas ar numuru 1:	0	1	1	1	0	6
	5	4	3	2	1	0

Vairāk gājienu izdarīt nevar.

Dotai N vērtībai atrodiet tādu akmentiņu izvietojumu spēles sākumā, lai

- rūtiņa ar numuru 0 būtu tukša, bet visas pārējās rūtiņas būtu **netukšas**,
- ar aprakstīto gājienam palīdzību iespējams panākt, ka **visi** akmentiņi beigās ir rūtiņā ar numuru 0 un pārējās rūtiņas ir **tukšas**.

Ja iespējami vairāki derīgi akmentiņu izvietojumi, pietiek parādīt jebkuru no tiem.

Apakšuzdevumi un to vērtēšana:

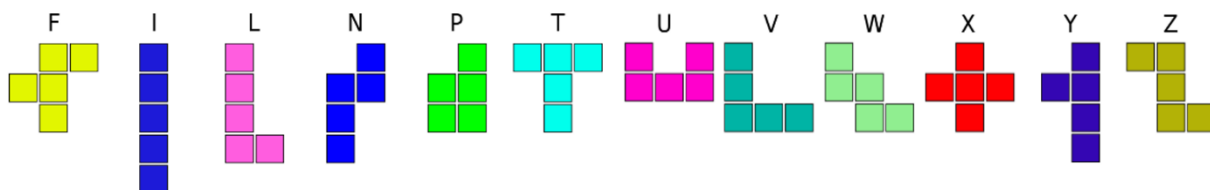
a) $N = 7$ (10 punkti), b) $N = 13$ (20 punkti), c) $N = 35$ (30 punkti), d) $N = 99$ (40 punkti)

Atbilde jāiesniedz kā N naturālu skaitļu virkne – akmentiņu skaits netukšajās rūtiņās pēc kārtas no laukuma kreisās puses uz labo – t.i., sākot no rūtiņas ar numuru N līdz rūtiņai ar numuru 1.



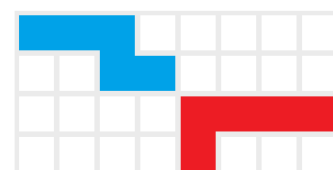
Pentamino projekcijas

Pavisam ir 12 atšķirīgas *pentamino* figūras, kur katru no tām veido piecas saistītas kvadrātveida rūtiņas. Katra figūra var tikt pagriezta vai apvērsta otrādi, un tās apzīmētas ar burtiem tā, kā parādīts zīmējumā:



Tradicionāli tās jāizvieto taisnstūrveida rūtiņu laukumos maksimāli cieši sapakotas – tā, ka neviena laukuma rūtiņa nepaliek brīva vai arī brīvo rūtiņu skaits ir mazākais iespējamais.

Šajā uzdevumā interesēsīsimies par cita veida taisnstūru aizpildījumu – tādu, kur rūtiņu taisnstūrī ir izvietotas n ($n \leq 12$) viena pentamino komplekta figūras (katra figūra noklāj tieši piecas taisnstūra rūtiņas, katru taisnstūra rūtiņu noklāj ne vairāk kā viena figūra) un katrā taisnstūra rūtiņu rindā un kolonnā atrodas **tieši** k atšķirīgas pentamino figūras. Šādu izvietojumu saucim par (n,k) -izvietojumu.



Attēlos pa labi parādīti (2,1)- un (4,2)-izvietojuma piemēri.

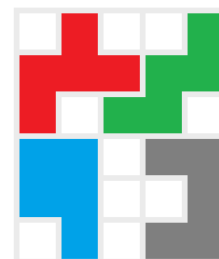
Jūsu uzdevums:

- atrast vienu $(n,2)$ -izvietojumu pēc iespējas lielākai n ($n > 4$) vērtībai,
- atrast vienu $(n,3)$ -izvietojumu pēc iespējas lielākai n vērtībai.

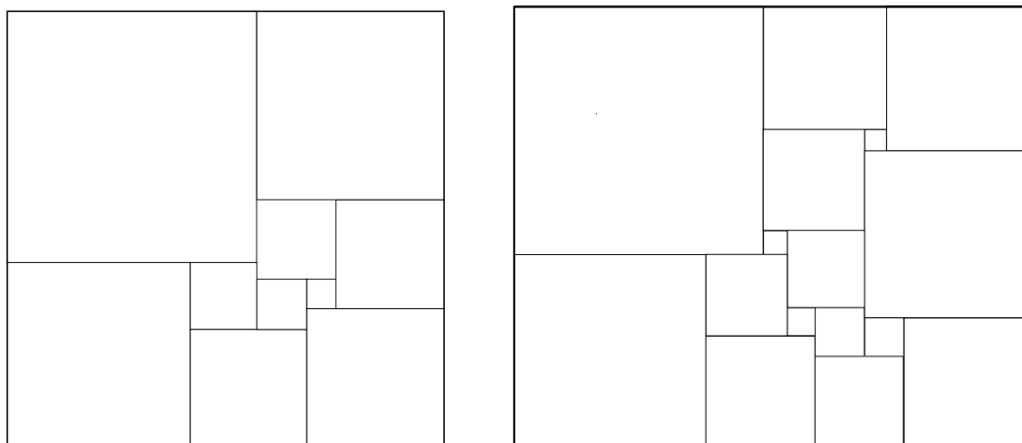
Vērtēšana: Par derīgu izvietojumu piešķirto punktu skaits:

$$\text{apakšuzdevumā a) } 20 \times \left(\frac{n \text{ vērtība jūsu izvietojumā} - 4}{\text{lielākā zināmā } n \text{ vērtība derīgā izvietojumā} - 4} \right)^2;$$

$$\text{apakšuzdevumā b) } 80 \times \left(\frac{n \text{ vērtība jūsu izvietojumā}}{\text{lielākā zināmā } n \text{ vērtība derīgā izvietojumā}} \right)^2.$$



Taisnstūru sadalīšana kvadrātos



Divi taisnstūri sadalīti kvadrātos (attiecīgi, 10 attēlā pa kreisi un 16 – attēlā pa labi), kur katra kvadrāta malas garums izsakāms veselā skaitā centimetru.

Kādi ir mazākie iespējamie šo taisnstūru malu garumi centimetros?

Vērtēšana: Par pareizu atbildi attēlā pa kreisi redzamajam taisnstūrim – 39 punkti, attēlā pa labi redzamajam taisnstūrim – 61 punkts.



Domino skaitļu reizinājums

Ja dotam naturālam^{*)} skaitlim n iespējams izveidot atbilstošu domino kauliņu rindu (visi kauliņi viens otram galā, sabīdīti ar īsākajām malām kopā) tā, ka

- visi kauliņi ir no viena komplekta (t.i., šajā rindā nav vairāki vienādi kauliņi);
- uzrakstot pēc kārtas (sākot no kreisās puses) visu rindas kauliņu pusēs esošo punktu skaitu un atmetot ne vairāk kā vienu 0 šī pieraksta sākumā (ja tāda tur ir), iegūst skaitļa n decimālo pierakstu, tad saka, ka skaitlis n ir **representējams** ar domino palīdzību, bet atbilstošo domino kauliņu rindu sauc par skaitļa n **representāciju**.

Tā, skaitļa 1205 representācija ir  , bet skaitļa 105 –  .

Skaidrs, ka nav representējami skaitļi, kuros kāds cipars ir lielāks par 6 (piemēram, 711 vai 29). Nav representējami arī, piemēram, skaitļi 453354 un 606, jo atbilstošo domino kauliņu rindu nevar izveidot no viena komplekta.

Savukārt,   nav skaitļa 356 representācija, jo rindas sākumā satur lieku kauliņu .

Ja katrs no skaitļiem $n_1, n_2, \dots, n_k$ ir representējams ar domino palīdzību un visu šo skaitļu representācijas iespējams izveidot **vienlaicīgi**, izmantojot **vienu** domino komplektu, tad saka, ka skaitļi ir $n_1, n_2, \dots, n_k$ ir **vienlaicīgi representējami** ar domino palīdzību.

Piemēram, vienlaicīgi representējami ir skaitļi 122461, 33440001 un 224611.

Savukārt, skaitļi 134 un 3310 nav vienlaicīgi representējami, jo abu skaitļu representācijām nepieciešams kauliņš .

Atrodiet k vienlaicīgi representējamus naturālus skaitļus $n_1, n_2, \dots, n_k$, kuru reprezentēšanai kopumā izmantots pēc iespējas lielāks domino kauliņu skaits un šo skaitļu reizinājums ir kāda naturāla skaitļa m kvadrāts: $n_1 \times n_2 \times \dots \times n_k = m^2$.

Apakšuzdevumi un to vērtēšana:

- visu n_i ($1 \leq i \leq k$) skaitļu representācijās izmantoto domino kauliņu skaitam jābūt **vienādam**;
- nekādu divu skaitļu n_i un n_j ($1 \leq i, j \leq k; i \neq j$) representācijās izmantoto domino kauliņu skaits **nedrīkst būt vienāds**.

Piešķirto punktu skaits katrā no apakšuzdevumiem: $50 \times \frac{\text{Izmantoto kauliņu skaits jūsu risinājumā}}{\text{Lielākais zināmais kauliņu skaits}}$.

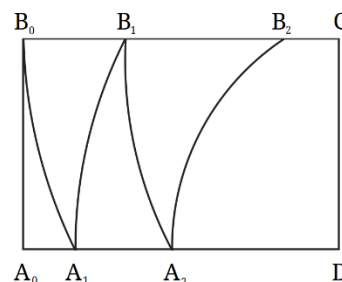
^{*)} 0 nav naturāls skaitlis.

Taisnstūris un loki

Taisnstūrī A_0B_0CD ar centru punktā C un rādiusu B_0C novilkts riņķa līnijas loks, kas malu A_0D krusto punktā A_1 . Pēc tam ar centru punktā D un rādiusu DA_1 novilkts riņķa līnijas loks, kas malu B_0C krusto punktā B_1 . Tad vēl vairākas reizes šādas darbības tiek atkārtotas: katram $i = 1, 2, \dots, n$ vispirms ar centru punktā C un rādiusu B_iC tiek novilkts riņķa līnijas loks, kas malu A_0D krusto punktā A_{i+1} , bet pēc tam ar centru punktā D un rādiusu DA_{i+1} tiek novilkts riņķa līnijas loks, kas malu B_0C krusto punktā B_{i+1} .

Visbeidzot, zināms, ka $A_0A_1 = B_nC$.

Aprēķiniet taisnstūra garākās un īsākās malas garumu attiecību un izsakiet to kā decimālu skaitli ar vismaz sešām zīmēm aiz decimālā komata, ja a) $n = 2$ (parādīts attēlā), b) $n = 13$, c) $n = 99$!



Vērtēšana: Par atbildi, kas no žūrijas atbildes atšķiras mazāk nekā 10^{-6} , apakšuzdevumā a) tiks piešķirti 18 punkti, apakšuzdevumā b) – 27 punkti, apakšuzdevumā c) – 55 punkti.



Pulksteņlaiki

Ir gauži parasts 24 stundu elektronisks pulkstenis, kas gan stundas, gan minūtes katrā brīdī attēlo ar diviem cipariem. Ja katrā minūtē uz četriem redzamajiem cipariem skatās kā uz četrp ciparu komplektu, neņemot vērā ciparu secību, tad diennakts laikā viens un tas pats komplekts var atkārtoties vairākkārt. Piemēram, ciparu komplekts "0467" diennakts laikā atkārtojas divreiz – gan 06.47, gan 07.46.

Atbildiet uz šādiem jautājumiem:

- 1) Cik atšķirīgi četrp ciparu komplekti parādās diennakts (1440 minūšu) laikā?
- 2) Teorētiski lielākais viena ciparu komplekta parādīšanās reižu skaits diennakts laikā ir $4! = 24$. Reāli gan šis skaits (apzīmēsim to ar R_{maks}) ir mazāks. Cik ir R_{maks} ?
- 3) Visiem r ($1 \leq r \leq R_{\text{maks}}$) atrodiet, cik daudz ir tādu ciparu komplektu, kuru parādīšanās skaits diennakts laikā ir tieši r .
- 4) Kāda ir mazākā laika starpība minūtēs starp viena ciparu komplekta divām parādīšanās reizēm?
- 5) Kāda ir lielākā laika starpība minūtēs starp viena ciparu komplekta divām parādīšanās reizēm, kas mazāka par 1440 – t.i., šāds ciparu komplekts diennakts laikā parādās vairākk nekā vienreiz? Atrodiet visus šādus ciparu komplektus!
- 6) Četriem ciparu komplektiem laika starpība starp kādām divām secīgām parādīšanās reizēm ir tieši 800 minūtes. Atrodiet visus šādus ciparu komplektus!

Vērtēšana: Par pareizu atbildi apakšuzdevumā 1) 11 punkti, 2) 11 punkti, 3) 33 punkti, 4) 11 punkti, 5) 22 punkti, 6) 12 punkti.

Cik tālu līdz Cēsīm?

Ceļu satiksmes noteikumos (<https://likumi.lv/ta/id/274865-celu-satiksmes-noteikumi>) ir minēti vairāki ceļa zīmju veidi (703., 704., 705. un 707.), kuros var tikt norādīts attālums līdz apdzīvotām vietām. Šādu ceļa zīmju piemēri doti ceļu satiksmes noteikumos:



Atrodiet "Google" kartēs (<https://www.google.com/maps>) kādu no minētā veida ceļa zīmēm, kur norādīts attālums līdz Cēsīm, turklāt šis attālums ir pēc iespējas a) mazāks, b) lielāks!

Katrā apakšuzdevumā norādiet uz ceļa zīmes norādīto kilometru līdz Cēsīm skaitu un ceļa zīmes atrašanās vietas koordinātas!

Vērtēšana: Piešķirto punktu skaits:

apakšuzdevumā a) $25 \times \left(\frac{\text{mazākais zināmais kilometru skaits uz ceļa zīmes ar attālumu līdz Cēsīm}}{\text{kilometru skaits uz Jūsu atrastās ceļa zīmes ar attālumu līdz Cēsīm}} \right)^2$;

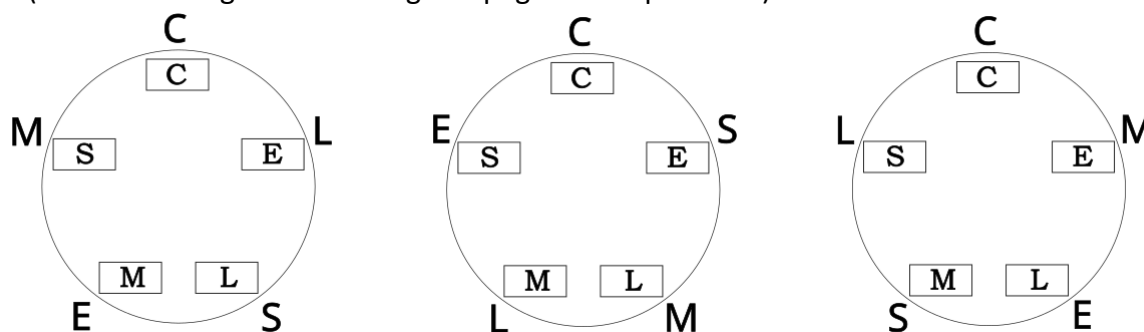
apakšuzdevumā b) $75 \times \left(\frac{\text{kilometru skaits uz Jūsu atrastās ceļa zīmes ar attālumu līdz Cēsīm}}{\text{lielākais zināmais kilometru skaits uz ceļa zīmes ar attālumu līdz Cēsīm}} \right)^2$.



Diplomāti

Ap apaļu galdu jāsasēdina N diplomāti. Katrai vietai priekšā zīmīte ar diplomāta vārdu. Diemžēl, apsēžoties, diplomāti nepamanīja zīmītes un izrādījās, ka tikai vienam no diplomātiem vārds uz zīmītes tiešām atbilst diplomātam. Turklāt, nepārsēdinot diplomātus un vienkārši pagriežot galdu, **nevar** panākt, ka zīmītes atbilstu vairāk nekā vienam diplomātam.

Ja $N=5$, par diplomātu "vārdiem" uzskatām latviešu alfabēta burtus un pieņemam, ka zīmītes uz galda ir novietotas pulksteņrādītāja virzienā alfabētiskā secībā, tad ir iespējami trīs būtiski atšķirīgi varianti (vienu nevar iegūt no otra ar galda pagriešanas palīdzību):



Cik dažādi būtiski atšķirīgi varianti iespējami, ja a) $N=7$, b) $N=13$, c) $N=18$, d) $N=23$

Vērtēšana: Par pareizu atbildi apakšuzdevumā a) 7 punkti, b) 23 punkti, c) 29 punkti, d) 41 punkts.

Bibliotēkas

Datne *Bibliotekas_2022.csv* satur no vietnes <https://data.gov.lv/dati/lv/dataset/biblioteku-statistika> iegūtu 2022. gada statistiku par Latvijas bibliotēkām. Izmantojot šos datus, atrodi atbildes uz dotajiem jautājumiem. Ja uz jautājumu ir iespējamas vairākas atbildes, norādi visas. Katrā jautājumā aplūkojiet tikai tās bibliotēkas, kurām ir sniegta attiecīgā jautājuma atbildēšanai nepieciešamā informācija.

1. Kura ir trešā lielākā bibliotēka ārpus Rīgas pēc telpu kopplatības? (bibliotēkas ISIL kods, kopplatība m^2 , 6 punkti)
2. Kurā bibliotēkā fizisko apmeklējumu kopskaits attiecībā pret telpu kopplatību ir vislielākais? (bibliotēkas ISIL kods, attiecība, 8 punkti)
3. Cik bibliotēkās norādītais dokumentu kopskaits 2022. gada beigās bija mazāks nekā jaunieguvumu kopskaits? (bibliotēku skaits, 8 punkti)
4. Kuram pasta indeksam ir visvairāk bibliotēku? (pasta indekss, bibliotēku skaits, 12 punkti)
5. Kura novada bibliotēkās kopējais izsniegumu skaits ir vislielākais? (novads, izsniegumu skaits, 14 punkti)
6. Kāds ir garākais bibliotēkas vadītāja/vadītājas uzvārds? Dažviet datus dubultuzvārdiem pirms un/vai pēc defises ir liekas atstarpes. Šīs atstarpes uzvārda garumā **neieskaitīt**. (uzvārds, 16 punkti)
7. Kurš ir senākais gads, kas pieminēts kolonnā "Sākums"? Kuras bibliotēkas aprakstā šis gads ir pieminēts? (gads, ISIL kods, 16 punkti)
8. Izmantojot kolonnās "LAT" un "LON" dotās koordinātas, nosakiet, kurai bibliotēkai vislielākajā rādiusā ap to nav nevienas citas bibliotēkas. (bibliotēkas ISIL kods, 20 punkti)



Tālākais punkts

Datne *Bibliotekas_2022.csv* satur no vietnes <https://data.gov.lv/dati/lv/dataset/biblioteku-statistika> iegūtus 2022. gada datus par Latvijas bibliotēkām. Kolonnās „LAT” un „LON” dotas bibliotēku ģeogrāfiskās koordinātas. Atrodiet ģeogrāfiskās koordinātas punktam, kura ģeogrāfiskais attālums*) līdz tuvākajai bibliotēkai ir pēc iespējas **lielāks** (citiem vārdiem – ap kuru vislielākajā rādiusā nav nevienas bibliotēkas) un kurš atrodas:

- Ne vairāk kā 1 km attālumā no Cēsu viduslaiku pils (koordinātas: 57.31344, 25.27025);
- Gaujas Nacionālajā parkā;
- Latvijā (**neieskaitot** Baltijas jūru un Rīgas jūras līci).

Ģeogrāfiskās koordinātas daudzstūriem, kas raksturo Gaujas Nacionālā parka un Latvijas sauszemes ārējo kontūru, dotas attiecīgi datnēs *GNP_kontura.csv* un *LV_kontura.csv*. Dati iegūti no vietnēm <https://public.opendatasoft.com> un <https://overpass-turbo.eu/>

Ja jūsu norādītais punkts būs ārpus attiecīgajā apakšuzdevumā norādītā apgabala, vērtēšanai tiks izmantots jūsu norādītajam punktam tuvākais punkts, kas atrodas norādītajā apgabalā.

Vērtēšana: Ja jūsu norādītajam punktam attālums līdz tuvākajai bibliotēkai no labākā zināmā attāluma atšķiras par ne vairāk kā 1m, tad par attiecīgo apakšuzdevumu saņemsiet p_{maks} punktus.

Citādi punkti tiek piešķirti pēc formulas $p_{maks} \cdot \left(\frac{1}{\frac{2}{3} + 2 \left(\frac{labākais - jūsu - 1}{labākais} \right)^{0.7}} - \frac{1}{2} \right)$, kur

- labākais* – lielākais zināmais kāda prasībām atbilstoša punkta attālums līdz tuvākajai bibliotēkai (metros);
- jūsu* – jūsu norādītā punkta (vai tuvākā apgabalam atbilstoša punkta) attālums līdz tuvākajai bibliotēkai (metros).

Maksimālais punktu skaits pa apakšuzdevumiem: a) $p_{maks} = 20$, b) $p_{maks} = 40$, c) $p_{maks} = 40$.

*) Vērtēšanai tiks izmantotas Vincentija formulas (ang. *Vincenty's formulae*), kas Zemi aproksimē kā elipsoīdu, un WGS-84 references elipsoīds, ko izmanto GPS.