Izteiksmes

Aplūkosim aritmētiskas izteiksmes, kurās tiek izmantoti deviņi atšķirīgi viencipara naturāli skaitļi un astoņas aritmētisko darbību zīmes (katra no tām var būt tikai +, -, * vai /). Iekavas izmantot nav atļauts, bet var izmantot faktu, ka reizināšanai un dalīšanai ir augstāka prioritāte (tās tiek izpildītas vispirms). Dalīšanai jāizpildās precīzi - tās rezultātam jābūt naturālam skaitlim (bez noapaļošanas).

Piemēram, izteiksmes 7-3-5-9+8+6*4/2*1 un 4*7-1*5-9*8/6-3+2 ir korektas un katras vērtība ir 10. Savukārt, šādas izteiksmes nav korektas: 13-2+45-67+89 - satur divciparu skaitļus, 1+2+3+4 - nav izmantoti deviņi skaitļi, 1+4-8+5*3/2+7-6+9 - dalīšanas rezultāts nav naturāls skaitlis, 1+2+3+4+5+4+3+2+1 - izmantoti vienādi skaitļi, (1+3)/2+(4+5)/9+(6+8)/7 - izmantotas iekavas.

Atrodiet* korektu minētā veida aritmētisku izteiksmi, kuras vērtība ir a)1027, b)1072, c)1207, d)1270, e) 1702, f) 1720, g) 2017, h) 2071, i) 2107, j) 2170, k) 2701, l) 2710. Katrā apakšuzdevumā pietiek atrast vienu izteiksmi ar šo vērtību.

Vērtēšana: $100 \times \frac{j\bar{u}su\ atrisin\bar{a}to\ apak\check{s}uzdevumu\ skaits}{liel\bar{a}kais\ zin\bar{a}mais\ atrisin\bar{a}mo\ apak\check{s}uzdevumu\ skaits}$.

*) iespējams, ka kādam no apakšuzdevumiem šādu izteiksmi atrast nemaz nav iespējams.

Ozola* koeficients

Katrai plaknes figūrai F, kas ir bez caurumiem, iespējams aprēķināt *Ozola koeficientu* $Oz(F) = \frac{16L(F)}{P(F)^2}$, kur L(F) - F laukums, bet P(F) - F perimetrs. Dots rūtiņu kvadrāts (visiem kvadrātiem Ozola koeficienta vērtība ir 1), kura malas garums ir 100 vienības. Uzskatīsim, ka šis kvadrāts novietots Dekarta koordinātu plaknē tā, ka tā virsotnes atrodas punktos ar koordinātām (0;0), (0;100), (100;0), (100;100).

Šajā uzdevumā interesēsimies par tādām figūrām, kuru virsotnes atrodas šajā kvadrātā punktos ar veselām nenegatīvām koordinātām (rūtiņu virsotnēs), un būs nepieciešams aprēķināt šo figūru Ozola koeficientus.

Piemēram, piecstūrim P ar virsotnēm (20;0), (50;40), (20;80), (40;80), (79;0), $Oz(P) = \frac{16\times1960}{268^2} \approx 0{,}43662$, bet atlikušajai kvadrāta daļai $Oz(Atl) = \frac{16\times8040}{550^2} \approx 0{,}425256$.

Atrisiniet šādus uzdevumus:

a) Atrodiet dotajā kvadrāta figūru A, kurai $Oz(A) > 1$ (24 punkti, kas tiek piešķirti tikai tad, ja nav atrisināts neviens no nākamajiem diviem apakšuzdevumiem),

b) Sadaliet doto kvadrātu divās figūrās tā, lai katrai no tām Ozola koeficienta vērtība būtu lielāka par 1. "Sadalīt" nozīmē, ka katra kvadrāta daļa pēc sadalīšanas pieder vienai no figūrām - nekāda atlikuma nav (47 punkti),

c) Sadaliet doto kvadrātu trīs figūrās tā, lai katrai no tām Ozola koeficienta vērtība būtu lielāka par 1 (53 punkti).

**) Uzdevuma idejas autors ir Raitis Ozols*

Pilnīgas muļķības

> 2017 gads ir **maģisks**, jo:
> 1. janvāris ir svētdiena.
> 2. februāris ir svētdiena.
> 3. marts ir svētdiena.
> 4. aprīlis ir svētdiena.
> 5. maijs ir svētdiena.
> 6. jūnijs ir svētdiena.
> 7. jūlijs ir svētdiena.
> 8. augusts ir svētdiena.
> 9. septembris ir svētdiena.
> 10. oktobris ir svētdiena.
> 11. novembris ir svētdiena.
> 12. decembris ir svētdiena.
> Kaut kas tāds notiek tikai vienreiz 823 gados un Ķīnā to sauc par "somu, kas pilna ar naudu".

Gada sākumā kādā no avīzēm bija publicēts materiāls, kura brīvs tulkojums parādīts attēlā. Viegli pārbaudīt, ka publicētais ir pilnīgas muļķības: no minētajiem datumiem tikai 1.janvāris ir svētdiena.

Nosakiet:

a) kāds lielākais skaits šo datumu vienā gadā var būt svētdienas? (4 punkti)

b) kad bija iepriekšējais tuvākais gads ar šo lielāko svētdienu skaitu? (12 punkti)

c) kad būs nākamais tuvākais gads ar šo lielāko svētdienu skaitu? (12 punkti)

d) cik laikā no 2000. līdz 2099. gadam (ieskaitot) ir gadu ar šo lielāko svētdienu skaitu? (24 punkti)

Bet ir arī tādi gadi, kuros **neviens** no minētajiem datumiem nav svētdiena.

Nosakiet:

e) kad bija iepriekšējais tuvākais gads bez svētdienām šajos datumos? (12 punkti)

f) kad būs nākamais tuvākais gads bez svētdienām šajos datumos? (12 punkti)

g) cik laikā no 2000. līdz 2099. gadam (ieskaitot) ir gadu bez svētdienām šajos datumos? (24 punkti)

Pakāstuve

~~Laimētavā~~ Pakāstuvē "Bankrotējošais ugunsputns" ir spēle, kuras sākumā uz spēles galda ir 104 aizklātas kartītes. Uz katras kartītes aizklātajā pusē ir uzrakstīts viens no vārdiem "Uzvara" vai "Zaudējums". Spēlētājs pēc izvēles pa vienai atklāj kartītes un spēle beidzas tad, kad 100 ir atklātas un četras paliek neatklātas.

Ja spēlētājs atklāj uzvaras kartīti, tad viņš papildus tobrīd esošajai summai iegūst vēl 56% no šīs summas. Savukārt, ja tiek atklāta zaudējuma kartīte, tad spēlētājs zaudē 37% no viņam tobrīd esošās summas. Summas lielums pēc katras kartītes atklāšanas tiek aprēķināts ar ļoti augstu precizitāti bez noapaļošanas un noapaļots līdz eirocentiem tikai pēc visu kartīšu atklāšanas.

Ir zināms, ka, ja spēlētājam ļautu atklāt visas 104 kartītes, tad viņš vienmēr uzvarētu - beigās viņam būtu lielāka naudas summa nekā sākot spēli. Protams, ka pakāstuves īpašnieki izmanto tādu kartīšu skaitu, lai šī summa būtu mazākā iespējamā.

Spēlētājs ir sācis spēli ar 10000 €, un šobrīd, pēc 91 kartītes atklāšanas, viņam ir 190 € un daži eirocenti.

Atbildiet uz šādiem jautājumiem:

A) Cik no visām kartītēm spēles sākumā bija uzvaras kartītes?

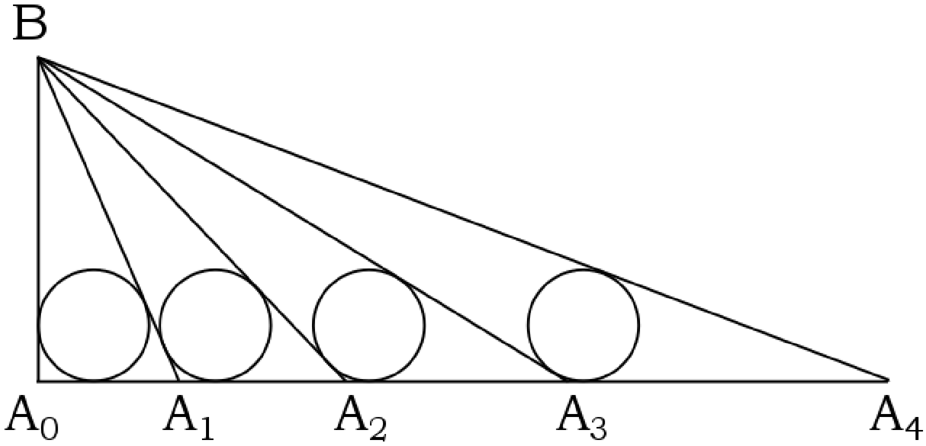
B) Cik no spēlētāja šobrīd atklātajām kartītēm ir uzvaras kartītes?

C) Kāda lielākā naudas summa (veselos €, neskaitot eirocentus) spēlētājam var būt pabeidzot šo spēli?

D) Kāda mazākā naudas summa (veselos €, neskaitot eirocentus) spēlētājam var būt pabeidzot šo spēli?

Vērtēšana: 21 punkts par vienu pareizu atbildi, 45 - par divām, 71 - par trim, 100 - par četrām pareizām atbildēm.

Trīsstūris



Taisnleņķa trijstūra A_0BA_1 malas garums $|A_0B|=3$, bet ievilktās riņķa līnijas rādiuss ir 1. Mala A_0A_1 tiek pagarināta, un uz tās atlikti punkti $A_2, A_3, A_4, A_5, \ldots, A_{40}$ tā, ka trijstūros BA_1A_2, BA_2A_3, …, $BA_{39}A_{40}$ ievilkto riņķu rādiusi arī ir 1.

Aprēķiniet šādu nogriežņu garumus: a) $|A_0A_4|$, b) $|BA_{10}|$, c) $|A_{39}A_{40}|$.

Rezultātu izsakiet **pilnīgi precīzi** kā jauktu skaitli $P\frac{m}{n},\ kur\ P - naturāls\ skaitlis\ un \frac{m}{n} - nesaīsināma\ daļa\ (m < n)$.

Vērtēšana: Par pareizu atbildi apakšuzdevumā a) 13 punkti, apakšuzdevumā b) - 35 punkti, apakšuzdevumā c) - 52 punkti.

Piramīdas

Papīra trijstūris ABC tiek salocīts pa nogriežņiem PQ, QR un RP, kur P, Q un R ir trijstūra malu viduspunkti, līdz punkti A, B un C sakrīt. Aprēķiniet izveidotās piramīdas tilpumu, ja trijstūra malu garumi ir

a) 100, 130 un 130 cm,

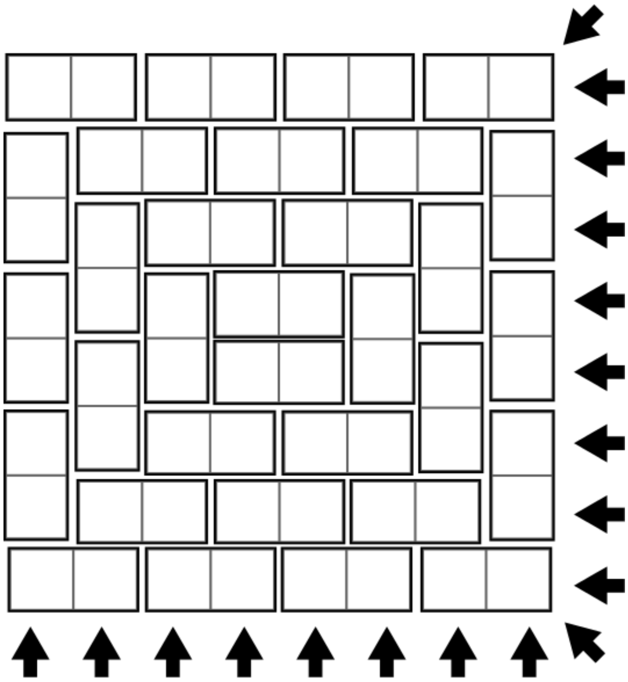
b) 1103, 2017 un 2137 cm.

Atbildes izsakiet kā reālus skaitļus ar sešām zīmēm aiz decimālā komata!

Vērtēšana: Par pareizu atbildi apakšuzdevumā a) 37 punkti, apakšuzdevumā b) - 63 punkti.

Domino summas un pirmskaitļi

Viena klasiskā domino komplekta 28 kauliņi jāizvieto attēlā redzamajās kauliņu vietās norādītajos virzienos tā, lai visas punktu summas bultiņu norādītajos virzienos (rindās, kolonnās un uz divām galvenajām diagonālēm) astoņās kauliņu pusēs būtu savā starpā atšķirīgas un pēc iespējas vairāk no šīm summām būtu pirmskaitļi. Aprēķinot punktu summas, jāuzskata, ka četrās neizmantotajās vietās (astoņās rūtiņās) punktu skaits ir 0.



Pietiek atrast vienu derīgu kauliņu izvietojumu.

Vērtēšana:

$$100 \times \frac{pirmskaitļu\ skaits\ jūsu\ atrisinājumā}{lielākais\ zināmais\ pirmskaitļu\ skaits}.$$

Ievērojiet, ka, ja divas summas būs vienādas, punkti par šo uzdevumu netiks piešķirti!

Dispečers Kļaviņš

Dispečers Kļaviņš nejauši ir sagriezis korektas SUDOKU mīklas laukumu pa treknākajām līnijām deviņos 3×3 rūtiņas lielos attēlā redzamajos kvadrātos (apzīmēti ar burtiem no A līdz I), un to secību (arī nejauši!) sajaucis.

A

	9	
2		1

B

6	1	
8	5	
7		

C

4		8

D

5	7	
9		4

E

9		
2	6	8
		1

F

		4
	9	6
2		

G

		3
4		
	2	

H

	3	
7		
8		

I

1	2	9
4		5

Salieciet no šiem kvadrātiem korektu SUDOKU mīklu - izvietojiet dotos kvadrātus trīs rindās un trīs kolonnās tā, lai izveidotajā 9×9 rūtiņas lielajā laukumā nevienā rindā un nevienā kolonnā neatrastos vienādi cipari, kā arī lai mīklai būtu viens vienīgs atrisinājums. Pietiek atrast vienu derīgu kvadrātu izvietojumu.

Vagoni

Lielbritānijā atrodas viesnīca, kuras numuri iekārtoti vecā dzelzceļa stacijā un četros vecos dzelzceļa vagonos. Katrs no vagoniem ir nosaukts savā vārdā, kas uzrakstīts uz vagona sāniem zem logu līmeņa.

a) Kā sauc šo viesnīcu?

b) Kurā apdzīvotā vietā tā atrodas?

c) Kā sauc vagonus un kurā gadā katrs no tiem uzbūvēts?

Vērtēšana: Par pareizām atbildēm katrā no apakšuzdevumiem a) un b) - 6 punkti. Par katru pareizu vagona nosaukumu ar uzbūvēšanas gadu - 22 punkti. Par pareizu nosaukumu bez uzbūvēšanas gada - 15 punkti.

Koki un pikseļi

Mežu apsaimniekošanā kā arī pilsētvides plānošanā, lēmumu pieņemšanas procesos, nereti ir svarīga detalizēta informācija par meža vai atsevišķu koku stāvokli un fizikālajiem parametriem. Attālās izpētes metodes sniedz iespēju noteikt vairākus no šiem parametriem – koku augstumu, vainaga šķērsgriezuma laukumu, hlorofila koncentrāciju lapotnē, koksnes biomasu un citus faktorus.

Jums ir pieejamas divas datu kopas, kas iegūtas ar Vides risinājumu institūta lidojošās laboratorijas sensoriem:

Objektu augstuma modelis, kas iegūts ar Vides risinājumu institūta lidojošās laboratorijas lāzerskeneri (LiDAR) un satur informāciju par uz zemes esošu objektu augstumu.

Veģetācijas indeksa (VI) kartējums. VI raksturo hlorofila klātbūtni un pēc tā vērtībām iespējams nodalīt veģetāciju no neveģetācijas. VI vērtības var būt robežās no -1 līdz 1, bet augiem tas parasti ir no 0.2 līdz 1.

Uzdevums

Izmantojot objektu augstuma modeli un veģetācijas indeksa datu kopas:

- Nosakiet koku skaitu attēlā (10 punkti),
- Nosakiet koku vainagiem klātās teritorijas platību, ja zināms, ka viens pikselis atbilst 0,5 m × 0,5 m lielam laukumam dabā (40 punkti),
- Nosakiet augstākā koka augstumu (25 punkti),
- Nosakiet zemākā koka augstumu (25 punkti).

Piezīmes:

Par kokiem tiek uzskatīti zaļie augi, kuru augstums ir virs 4 m un pikseļu skaits kokam atbilstošajā pikseļu kopā ir lielāks par 5 pikseļiem.