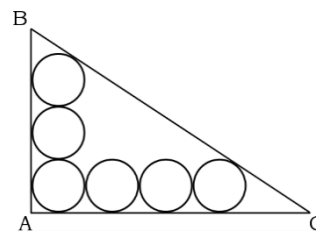




### Riņķa līnijas

Vienādas riņķa līnijas ar rādiusa garumu 1 pieskaras taisnleņķa trīsstūra malām un savā starpā. Zināms, ka katetei AB pieskaras tieši X riņķa līnijas, katetei AC – tieši Y ( $Y \geq X$ ) riņķa līnijas, bet hipotenūzai BC – divas riņķa līnijas. Zīmējumā parādīta situācija kad  $X = 3$  un  $Y = 4$ .



*Uzdevumi:*

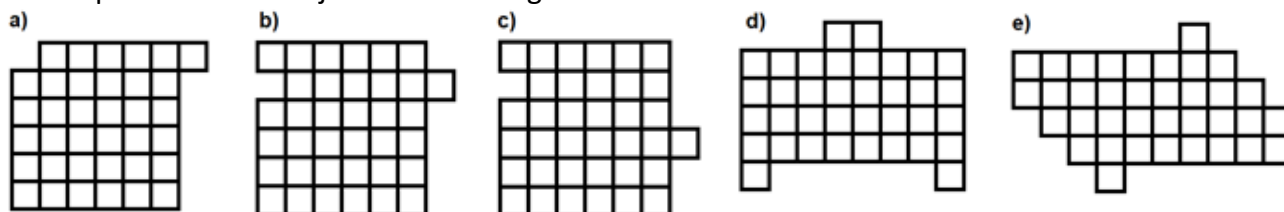
- Aprēķiniet katešu AB un AC garumus un izsakiet tos ar sešām zīmēm aiz decimālā komata, ja a)  $X = 3$  un  $Y = 4$ ; b)  $X = 3$  un  $Y = 2023$ ; c)  $X = 194$  un  $Y = 2023$ .
- Ja  $X = 2023$ , tad kādai Y vērtībai katešu garumi ir naturāli skaitļi? Kādi ir katešu garumi? Pietiek atrast vienu derīgu Y vērtību.

*Vērtēšana:* Par pareizu atbildi apakšuzdevumā 1a – 19 punkti, 1b – 25 punkti, 1c – 32 punkti, 2 – 24 (10 + 7 + 7) punkti.

### Vienādās daļas

Katru no dotajām piecām figūrām, kas sastāv no 36 rūtiņām, nepieciešams sagriezt, griežot pa rūtiņu līnijām, pēc iespējas mazākā skaitā **vienādu** (vienāds rūtiņu skaits un identiska vai savstarpēji simetriska forma) daļu tā, lai no šīm daļām varētu salikt  $6 \times 6$  rūtiņas lielu kvadrātu. Veidojot kvadrātu, izgrieztās daļas viena attiecībā pret otru drīkst būt pagrieztas un/vai apmestas otrādi.

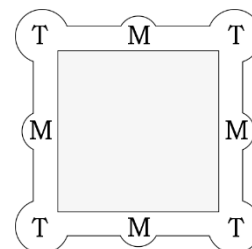
Katrs apakšuzdevums ir jārisina neatkarīgi no citiem.



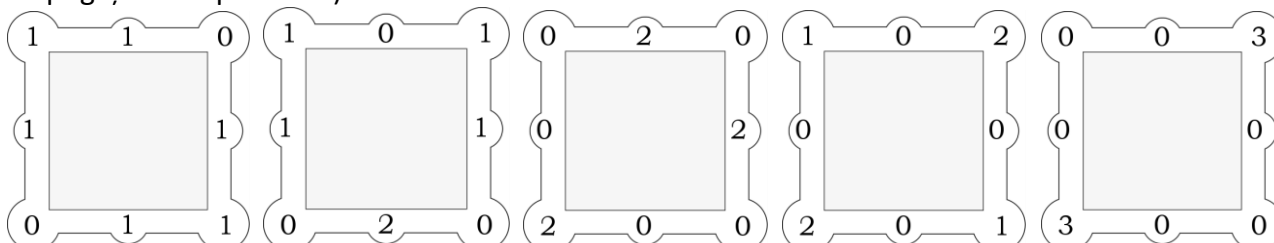
*Vērtēšana:* Katrā apakšuzdevumā 20 punkti, ja daļu skaits sakrīt ar mazāko zināmo, vai 4 punkti, ja daļu skaits ir nākamais iespējamais (ar dotajiem nosacījumiem daļu skaits augošā secībā var būt tikai 2-3-4-6-9-12-18-36). Risinājumi, kuros ne visas daļas būs vienādas, punktus nesaņems.

### Cietokšņa sargi

Cietokšņa četras malas apsargā vairāki sargi, kas uz cietokšņa mūra atrodas noteiktās vietās - posteņos. Posteņi atrodas cietokšņa četros torņos (plānā apzīmēti ar T) un uz katras no četrām cietokšņa malām (plānā apzīmēti ar M). Sargi tornī apsargā tās divas malas, kuru galā atrodas attiecīgais tornis, bet sargi uz malas - tikai šo malu. Nepieciešams izvietot sargus tā, lai katru cietokšņa malu kopumā apsargātu vienāds skaits sargu.



Sargus pēc šiem noteikumiem var izvietot dažādi. Piemēram, ja ir seši sargi, tad ir pieci atšķirīgi sargu izvietojumi (izvietojumi ir atšķirīgi tikai tad, ja vienu no otra nevar iegūt ar pagriešanas un/vai atspoguļošanas palīdzību):



Cik atšķirīgi sargu izvietojumi ir iespējami, ja kopējais sargu skaits ir a) 9, b) 30, c) 91, d) 2023 ?

*Vērtēšana:* Par pareizu atbildi apakšuzdevumā a) 11 punkti, b) 17, c) 23, d) 49 punkti.



## Šaha zirdziņš un domino

No domino kauliņu komplekta atlasa visus kauliņus, kur nevienā kauliņa pusē punktu skaits nepārsniedz  $N$  ( $N \leq 6$ ). Šos kauliņus nepieciešams izvietot  $(N+1) \times (N+2)$  rūtiņas lielā taisnstūrī tā, lai katru rūtiņu noklātu viena domino kauliņa puse un lai šaha zirdziņš varētu veikt pēc iespējas garāku maršrutu saskaņā ar šaha noteikumiem vienlaikus apmierinot šos nosacījumus:

- 1) katra domino kauliņa puse(rūtiņa) ir apmeklēta ne vairāk kā vienreiz,
- 2) vispirms jāapmeklē visas domino kauliņu puses, kurās punktu skaits ir 0, tad visas, kurās punktu skaits ir 1, ..., visas, kurās punktu skaits ir  $N$ .

Maršruta garums ir lielākais domino kauliņu pušu, kuras iespējams apmeklēt pēc aprakstītajiem noteikumiem, skaits. Katru domino kauliņu rūtiņu laukumā var novietot gan vertikāli, gan horizontāli.

Piemēram, ja  $N = 2$ , tad  $3 \times 4$  rūtiņu taisnstūrī jāizvieto visi kauliņi, kuriem nevienā kauliņa pusē ierakstīto punktu skaits nepārsniedz 2, un attēlā redzamajam izvietojumam maršruta garums būtu 11. Attēlā indekss pie punktu skaita norāda apmeklētās domino kauliņa puses kārtas numuru.

0 <sub>4</sub>	0 <sub>1</sub>	1 <sub>6</sub>	2 <sub>9</sub>
2 <sub>11</sub>	1 <sub>8</sub>	0 <sub>3</sub>	2
0 <sub>2</sub>	1 <sub>5</sub>	2 <sub>10</sub>	1 <sub>7</sub>

*Uzdevumi:*

1. Ja  $N = 2$ , atrodiet izvietojumu, kuram maršruta garums ir 12.
2. Atrodiet izvietojumu ar pēc iespējas garāku maršrutu, ja a)  $N = 3$ , b)  $N = 6$ .

*Vērtēšana:*

1. uzdevumā: 5 punkti par pareizu atbildi,
2. uzdevumā: Piešķirto punktu skaits  $P_{maks} \times \frac{\text{maršruta garums jūsu risinājumā} - N}{\text{lielākais zināmais maršruta garums} - N}$ , kur  $P_{maks}$  vērtība ir atšķirīga katram apakšuzdevumam: a)  $P_{maks} = 33$ , b)  $P_{maks} = 62$ . Ja maršruta garums nepārsniedz  $N$ , punkti par šo apakšuzdevumu netiek piešķirti.

## Negadījums

Datnē *negadijums.png* atrodas kāda ceļu satiksmes negadījuma fotogrāfija. Izmantojot Tīmeklī pieejamo informāciju, atbildiet uz šādiem jautājumiem:

- 1) Kurā valstī notika šis negadījums? (5 punkti)
- 2) Kādas ir negadījuma vietas koordinātas WGS84 sistēmā? (14+14 punkti)
- 3) Uz attēlā redzamās ceļazīmes vairs nav minēta kāda apdzīvotā vieta, kas atrodas uz ceļa R406. Bet šī apdzīvotā vieta **bija** minēta uz senākas ceļazīmes, kas šajā vietā atradās 2009. gadā. Kas tā par apdzīvoto vietu? (41 punkts)
- 4) Kurā datumā notika šis negadījums? (26 punkti)



## Pēdējie divi cipari

Aivars nodarbojas ar divu augošu naturālu skaitļu virkņu izpēti.

Virknē  $\{p_i\} = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$  viņš raksta pēc kārtas visus pirmskaitļus, bet virknē  $\{q_i\} = \{4999999999, 5899999999, 5989999999, 5998999999, 5999899999, \dots\}$  – visus skaitļus, kuru ciparu summa ir 76. Pēc zināma laika Aivars pamanīja, ka abās virknēs eksistē viens un tas pats secīgs skaitļu pāris ( $p_k = q_m, p_{k+1} = q_{m+1}$ ), turklāt šo skaitļu starpība ir 72.

Kādi bija skaitļa  $p_k$  pēdējie divi cipari?



### Skaitļu virkne

Naturālas skaitļu virknes  $\{a_i\}$  pirmais loceklis  $a_1$  ir 1, bet katrs nākamais iegūts no kādiem diviem iepriekšējiem virknes locekļiem tos saskaitot, sareizinot, izdalot vai atņemot vienu no otra. Iepriekšējie virknes locekļi var būt arī vienādi. Dalīšanai jāizpildās bez atlikuma. Mērķis ir virknē iegūt norādītu skaitli pēc iespējas agrāk.

Piemēram, skaitlis 120 var būt virknes astotais loceklis (netiek apgalvots, ka tas ir ātrākais šī skaitļa iegūšanas veids):

1, 2(=1+1), 3(=1+2), 6(=3+3=2\*3), 5(=6-1=2+3), 30(=5\*6), 150(=5\*30), 120(=150-30)

Uzbūvējiet tādu skaitļu virkni, kurā pēc iespējas agrāk (ar mazāku indeksu) būtu skaitlis

a) 97, b) 2023, c) 987654321, d) 11121314151617.

**Vērtēšana:** Piešķirto punktu skaits  $P_{maks} \times \frac{\text{mazākais indekss labākajā zināmajā risinājumā}}{\text{mazākais indekss jūsu risinājumā}}$ , kur  $P_{maks}$  vērtība ir atšķirīga katram apakšuzdevumam: a)  $P_{maks} = 9$ , b)  $P_{maks} = 19$ , c)  $P_{maks} = 31$ , d)  $P_{maks} = 41$ .

### Normunda mīklas

N rindu un M kolonnu rūtiņu tabulas katrā rūtiņā ierakstīts naturāls skaitlis robežās no 1 līdz L. Tabulā nepieciešams atstāt pa reizei katru no skaitļiem no 1 līdz L, bet pārējos izdzēst tā, lai atstāto skaitļu summa nevienā rindā un nevienā kolonnā nepārsniegtu S.

Piemēram, ja  $N=3, M=4, L=5$  un  $S=6$ , tad viena mīkla un tās atrisinājums ir:

5	4	1	2
4	5	1	3
3	2	5	4

 $\Rightarrow$ 

5	<b>4</b>	1	<b>2</b>
4	5	<b>1</b>	<b>3</b>
3	2	<b>5</b>	4

Atrisiniet šīs mīklas:

a)  $N = M = 5, L = S = 8$

7	8	6	2	7
5	4	2	5	8
8	2	1	6	3
4	3	4	3	2
3	5	2	4	7

b)  $N = 6, M = 8, L = 12, S = 14$

7	5	1	9	4	2	10	5
8	7	10	4	11	11	10	4
10	2	10	2	4	6	2	12
1	12	11	7	2	5	3	10
2	11	6	2	12	11	8	12
4	5	7	12	1	11	6	3

c)  $N = M = 10, L = 20, S = 25$

5	8	10	20	18	5	14	2	19	15
17	13	20	16	5	10	11	5	8	16
14	9	8	9	19	4	18	4	15	19
18	13	3	12	12	6	15	9	13	18
4	4	6	14	5	1	8	18	16	7
3	12	19	2	4	9	6	18	12	18
15	18	18	19	20	14	15	1	17	5
19	8	19	17	10	15	20	13	3	15
18	2	12	15	14	15	4	7	7	19
10	9	7	10	15	3	16	9	14	19

**Vērtēšana:** Par pilnīgi pareizi atrisinātu vienu mīklu 22 punkti, divām – 54, trim – 100 punkti.



## Zemeņu laiks

Datnē "meteo.csv" ir apkopota no vietnes <https://www.visualcrossing.com/weather-data> izgūta informācija par laikapstākļiem piecās Latvijas pilsētās – Alūksnē, Daugavpilī, Liepājā, Mārupē un Ventspilī laikā no 2019. gada 1. aprīļa līdz 2023. gada 31. martam. Katrai dienai katrā no pilsētām ir veltīts viens ieraksts, kas satur šādus laukus:

name – pilsēta,	windspeed – vēja ātrums,
datetime – novērojumu izdarīšanas datums,	winddir – vēja virziens,
tempmax – maksimālā gaisa temperatūra,	sealevelpressure – spiediens jūras līmenī,
tempmin – minimālā gaisa temperatūra,	cloudcover – relatīvais mākoņu daudzums,
temp – vidējā gaisa temperatūra,	visibility – redzamība,
feelslikemax – maksimālā sajūtu temperatūra,	solarradiation – saules radiācija,
feelslikemin – minimālā sajūtu temperatūra,	solarenergy – saules enerģija,
feelslike – vidējā sajūtu temperatūra,	uvindex – ultravioletā starojuma indekss,
dew – rasaspunkts,	severerisk – nevar saprast, ko nozīmē,
humidity – gaisa mitrums,	sunrise – saullēkta laiks,
precip – nokrišņi,	sunset – saulrieta laiks,
precipprob – nokrišņu iespējamība,	moonphase – mēness fāze,
precipcover – relatīvais nokrišņu ilgums,	conditions – laikapstākļu raksturojums,
preciptype – nokrišņu veids,	description – laikapstākļu apraksts,
snow – sniega daudzums,	icon – laikapstākļu ikona,
snowdepth – sniega segas biezums,	stations – meteostaciju identifikatori.
windgust – vēja brāzmas,	

Datnē dotajiem datiem izmantotas metriskās sistēmas mērvienības. Izvērstu datu lauku aprakstu angļiski var atrast vietnē <https://www.visualcrossing.com/resources/documentation/weather-data/weather-data-documentation/>.

Izmantojot dotos datus, atbildiet uz šādiem jautājumiem:

- 1) Cik pilnmēness dienu vismaz vienā pilsētā bija skaidrs laiks (jānorāda dienu skaits, 5 punkti)
- 2) Cik dažādi laikapstākļu raksturojumi ir izmantoti datos? (skaits, 3 punkti)
- 3) Viena no laikapstākļu raksturojuma vērtībām datos parādās tikai vienreiz. Kura, kad un kur? (vērtība, datums un pilsēta, 5 punkti)
- 4) Cik dienu visās piecās pilsētās minimālā gaisa temperatūra bija mazāka par nulli, bet maksimālā – lielāka? (skaits, 6 punkti)
- 5) Kāds kādā no pilsētām ir lielākais secīgu dienu skaits, kurās vidējā sajūtu temperatūra bijusi lielāka nekā iepriekšējā dienā? Kur un kad šādas secīgas dienas bijušas? (skaits, šim skaitam visi laikaposmi, norādot pilsētu un pēdējo laikaposma dienu, 3+6 punkti)
- 6) Kāds kādā no pilsētām ir lielākais secīgu dienu skaits, kurās vidējā sajūtu temperatūra bijusi mazāka nekā iepriekšējā dienā? Kur un kad šādas secīgas dienas bijušas? (skaits, šim skaitam visi laikaposmi, norādot pilsētu un pēdējo laikaposma dienu, 3+6 punkti)
- 7) Kad un kur bija vislielākā starpība starp maksimālo un minimālo temperatūru? (datums, pilsēta, temperatūru starpība, 6 punkti)
- 8) Kad un kur bija vismazākā starpība starp maksimālo un minimālo *sajūtu* temperatūru? (datums, pilsēta, temperatūru starpība, 6 punkti)
- 9) Cik ir tādu dienu, kurās laikapstākļu apraksts visās piecās pilsētās ir atšķirīgs? (skaits, 6 punkti)



10) Cik dienu katrā no pilsētām bija zemākā vidējā temperatūra starp pilsētām? (katrai no pilsētām dienu skaits, 5×3 punkti). Ņemiet vērā, ka zemākā vidējā temperatūra var vienlaikus būt vairākās pilsētās!


Nākamajos divos uzdevumos ar "pilnu nedēļu" saprot septiņu dienu laikosmu, kas sākas pirmdienā un beidzas svētdienā.

11) Pēteris uzskata, ka vislabākās zemes padodas tad, ja diennakts maksimālās un minimālās temperatūras starpība ir pēc iespējas lielāka. Uzskatām, ka zemeņu laiks ir no 23. jūnija līdz 15. augustam. Nosakiet, kura pilna nedēļa un kurā pilsētā ir bijusi vislabākā, t.i., šī nedēļa pilnībā ietilpst zemeņu laikā un septiņu dienu vidējā starpība starp maksimālo un minimālo temperatūru bijusi vislielākā? (vidējā temperatūru starpība, labākās pilnās nedēļas pirmdienas datums un pilsēta, 15 punkti).

12) Kurā pilnajā nedēļā un kurā pilsētā saules enerģijas kopsumma uz vienu kvadrātmetru bijusi vislielākā? (kopsumma, nedēļas pirmdienas datums un pilsēta, 15 punkti).

## Izdevusies piramīda

Skaitļu piramīda tiek veidota šādi: Vispirms vienā rindā tiek uzrakstīti  $N(N>1)$  aplīši un katrā no tiem ierakstīts pa atšķirīgam naturālam skaitlim. Tad virs šīs aplīšu rindas tiek uzrakstīta aplīšu rinda, kurā ir

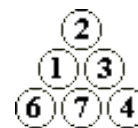
par vienu aplīti mazāk un katrs aplītis atrodas pa vidu virs diviem zemāk esošās rindas aplīšiem: .

Tad augstāk esošajā aplītī (a) tiek ierakstīta aplīšos zem tā ierakstīto skaitļu starpība ( $|b-c|$ ).

Tā rindas tiek zīmētas un aizpildītas ar skaitļiem viena pēc otras, līdz kārtējā rindā (piramīdas virsotnē) ir tikai viens pats skaitlis.

Piramīdu saucim par *izdevušos*, ja **visi** tajā ierakstītie skaitļi ir savā starpā atšķirīgi.

Attēlā redzams izdevušās piramīdas piemērs, kur  $N=3$  un lielākais tajā ierakstītais skaitlis ir 7.



Izveidojiet izdevušos piramīdu, kurā lielākais ierakstītais skaitlis būtu **pēc iespējas mazāks**, ja a)  $N = 6$ , b)  $N = 10$ , c)  $N = 15$ .

*Vērtēšana:* Piešķirto punktu skaits  $P_{maks} \times \frac{\text{lielākais ierakstītais skaitlis labākajā zināmajā risinājumā}}{\text{lielākais ierakstītais skaitlis jūsu risinājumā}}$ , kur  $P_{maks}$  vērtība ir atšķirīga katram apakšuzdevumam: a)  $P_{maks} = 16$ , b)  $P_{maks} = 33$ , c)  $P_{maks} = 51$ .